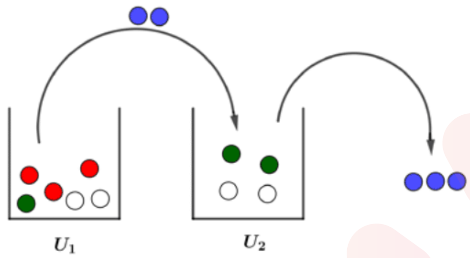
Nafouz

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط) (خاص بشعبة علوم تجريبية)

يحتوي صندوق U_1 على ست كرات منها ثلاثة كرات حمراء وكرتين لونهما أبيض وكرة لونها أخضر، ويحتوي صندوق U_2 على أربع كرات منها كرتين خضراوين وكرتين لونهما أبيض . الكرات في صندوقين كلها متماثلة لا نفرق بينها باللمس.

نقوم بإجراء عملية السحب العشوائي الاتية: نسحب عشوائيا وفي ان واحد كرتين من الصندوق U_1 ونضعها في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كرات من الصندوقU_2



نعتبر الحدثين التاليين :

A: "سحب ثلاث كرات من نفس اللون "

B: "سحب ثلاث كرات مختلفة الألوان مثنى مثنى "

1) أ) بين أن : $P(A)=\dfrac{17}{300}$

ب) أحسب: $P(B)$

2) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان التي تظهر بعد نهاية عملية السحب العشوائي

أ) أوجد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X

ب) أوجد قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي

3) أحسب احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 علما أن الكرتين المسحوبتين من U_1 من نفس اللون

التمرين الأول : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E): 5x-6y=3$

1) أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن x مضاعفا للعدد 3

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

ج) استنتج حلول للجملة (S) : $\begin{cases} x \equiv -1[6] \\ x \equiv -4[5] \end{cases}$

2) a وb عددان طبيعيان حيث:

$a=\overline{1\alpha0\alpha00}$ في النظام ذو الأساس 3 و $b=\overline{\alpha\beta0\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5

عين α و β حتى تكون الثنائية $(a;b)$ حلا للمعادلة (E)

Nafouz

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n)

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n \le n+3$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) استنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل. هل يمكن القول أن (u_n) متقاربة؟

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها

ب) عبرعن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب نهاية (u_n) عند $+\infty$

ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

4) لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n=\ln(v_n)$

أ) برهن أن المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أحسب بدلالة n المجموع : $A_n=t_0+t_1+t_2+...+t_n$

ج)استنتج بدلالة n الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times...\times v_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل المعادلة التفاضلية $y''=-e^x+2$ والذي يحقق الشرطان $y(0)=1\,;\,y'(0)=1$ هو :

أ) $y=x^2-e^x+2x+2$ ب) $y=2e^x-x$ ج) $y=-2x+e^x$

2) يراد عشوائيا تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له من بين ثلاث رجال $H_1;H_2;H_3$ وأربع نساء $F_1;F_2;F_3;F_4$

احتمال أن هو H_1 الرئيس

أ) $\frac{6}{7}$ ب) $\frac{1}{7}$ ج) $\frac{4}{42}$

3) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ $f(x)=3x^2-\frac{1}{x+1}$:

القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0;2]$ هي

أ) $m=4-\ln\sqrt{3}$ ب) $m=4+\ln\sqrt{3}$ ج) $m=2-\ln\sqrt{3}$

4) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_n=\int_0^1(1+x^n)dx$:

أ) (u_n) متتالية متناقصة ب) (u_n)متتالية متزايدة ج) (u_n) متتالية غير رتيبة

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومجانس $\left(O,\vec{i};\vec{j}\right)$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln(x)$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

2) أدرس إشارة $g(x)$ (لاحظ أن: $g(1)=0$)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) انشئ المنحنى (C)

5) بين أن الدالة $h:x\to x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\to\ln x$ على $]0;+\infty[$ ثم باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$

6) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) أ) تبيين أن : $p(A)=\dfrac{17}{300}$

$$p(A)=\left(\frac{C_2^2}{C_6^2}\times\frac{C_4^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_1^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3+C_3^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_1^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^3}{C_6^3}\right)=\frac{17}{300}$$ (0.5).............

ب) حساب $p(B)$:

$$p(B)=\left(\frac{C_3^2}{C_6^2}\times\frac{C_2^1C_2^1C_2^1}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_1^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_6^3}\right)+\left(\frac{C_3^1C_2^1}{C_6^2}\times\frac{C_3^1C_2^1C_1^1}{C_6^3}\right)=\frac{13}{50}$$ (0.5).............

2) أ) تحديد القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي : $\{1;2;3\}$ (0.25).............

$P(X=2)=1-\big(P(X=1)+P(X=3)\big)$; $P(X=3)=P(B)$; $P(X=1)=P(A)$

X	1	2	3
$P(X)$	$\frac{17}{300}$	$\frac{205}{300}$	$\frac{78}{300}$

(1.5).............

ب)الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X هو : $E(X)=\dfrac{661}{300}$ (0.5).............

1) حساب احتمال سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 علما أن الكرتين المسحوبتين من U_1 من نفس اللون

نسمي C:" سحب كرتين من U_1 من نفس اللون " ، D:" سحب ثلاث كرات من نفس اللون من U_2 "

$$P_C(D)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}=\frac{\frac{C_2^2}{C_6^2}\times\frac{C_4^3}{C_6^3}}{\frac{C_3^2+C_2^2}{C_6^2}}=\frac{1}{20}$$ (0.75).............

التمرين الثاني : (04 نقاط) (خاص بالتقني رياضي)

(0.5)	$(E):5x-6y=3$: ا $\frac{13}{50}$ **1) أ) اثبات أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن x مضاعف للعدد 3:** • لدينا : $5x-6y=3$ تكافئ $5x=3+6y$ أي $5x=3(1+2y)$ • لدينا : $3/5x$ و $3\wedge 5=1$ فإن $3/x$ حسب مبرهنة غوص أي x مضاعف للعدد 3
0.5	**ب) تعيين حل خاص للمعادلة (E) :** • نفرض $x=3$ وبالتالي : $y=\frac{5\times3-3}{6}=\frac{12}{6}=2$ أي الثنائية $(3;2)$ حل للمعادلة (E)

(0.75)	• **حل المعادلة (E):** لدينا : $5x-6y=5\times3-6\times2$ يكافئ $5x-5\times3=6y-6\times2$ أي $(*) : 5(x-3)=6(y-2)$ • لدينا : $6/5(x-3)$ و $6\wedge5=1$ فإن $6/(x-3)$ حسب مبرهنة غوص . أي $x-3=6k(k\in\mathbb{Z})$ وبالتالي $x=6k+3(k\in\mathbb{Z})$ • من أجل $x=6k+3$ نعوض في المعادلة $(*)$ نجد : $5(6k+3-3)=6(y-2)$ ومنه $y-2=5k(k\in\mathbb{Z})$ أي $y=5k+2(k\in\mathbb{Z})$ - مجموعة حلول المعادلة : $S=\{(6k+3;5k+2),k\in\mathbb{Z}\}$
0.75	**ج) استنتاج حلول الجملة :** $(S):\begin{cases}x\equiv-1[6]\\x\equiv-4[5]\end{cases}$ • $\begin{cases}x\equiv-1[6]\\x\equiv-4[5]\end{cases}$ تكافئ $\begin{cases}x=6m-1\\x=5n-4\end{cases}$ أي $6m-1=5n-4$ ومنه $5n-6m=3$ ومنه : $n=6k+3$ وبالتالي $x=5(6k+3)-4=30k+11(k\in\mathbb{Z})$
0.75 0.75	**2-** لدينا : $a=\overline{1\alpha0\alpha00}^3$ و $b=\overline{\alpha\beta0\alpha}^5$ • **تعيين $(\alpha;\beta)$ بحيث تكون $(a;b)$ حل للمعادلة (E):** - لدينا : $a=1\times3^5+\alpha\times3^4+\alpha\times3^2=243+81\alpha+9\alpha=243+90\alpha$ ولدينا : $b=\alpha\times5^3+\beta\times5^2+\alpha\times5^0=125\alpha+25\beta+\alpha=126\alpha+25\beta$ مع $\alpha\le2$ و $\beta\le4$ • **الثنائية $(a;b)$ حل للمعادلة (E) معناه $5a-6b=3$** ومنه $5(243+90\alpha)-6(126\alpha+25\beta)=3$ أي $1215+450\alpha-756\alpha-150\beta=3$ ومنه $-306\alpha-150\beta=-1212$ بعد تقسيم الطرفين على العدد -3 نجد : $102\alpha+50\beta=404$ وبالتالي $(\alpha;\beta)=(2;4)$ حل للمعادلة

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1- حساب الحدود u_1, u_2, u_3 : ....(0.75)

$u_1=\frac{7}{3}$ ، $u_2=\frac{26}{9}$ ، $u_3=\frac{97}{27}$

• **تخمين حول اتجاه تغيرات المتتالية** (u_n): متتالية متزايدة ....(0.25)

2- أ- البرهان بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\le n+3$

لتكن فرضية التراجع $P(n):u_n\le n+3$

* المرحلة 1: الخاصية $P(0)$ صحيحة من أجل $n=0$ لأن $u_0=2$ أي $P(n):u_0\le3$

* المرحلة 2: نفرض صحة الخاصية $P(n)$ من أجل عدد طبيعي n حيث $n\ge0$ أي $u_n\le n+3$ و

نبرهن صحتها من أجل $n+1$ أي $u_{n+1}\le n+1+3$ أي $u_{n+1}\le n+4$ ....(0.5)

لدينا $u_n\le n+3$ و منه $\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\le\frac{2}{3}n+3\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}n+1$ و بالتالي $u_{n+1}\le n+3$

ولدينا $n+3\le n+4$ و منه $u_{n+1}\le n+4$ إذن الخاصية صحيحة من أجل $n+1$.

* الخلاصة: نستنتج، حسب مبدأ البرهان بالتراجع، أن الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n.

إذن $u_n\le n+3$.

ب- دراسة اتجاه تغيرات المتتالية (u_n):

(0.5)............. $u_{n+1}-u_n=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-u_n=-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$ و لدينا $u_n\leq n+3$ أي

$-\frac{1}{3}u_n\geq -\frac{1}{3}n-1$ و منه $-\frac{1}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1\geq 0$ و بالتالي $u_{n+1}-u_n\geq 0$ و منه متزايدة

ج- استنتاج أن (u_n) محدودة من الأسفل .هل يمكن القول أن (u_n)متقاربة :

(0.25)............. لدينا (u_n) متزايدة معناه $u_n\geq u_0$ أي $u_n\geq 2$ نستنتج أن (u_n) محدودة من الأسفل بالعدد 2.

لا يمكن القول أن (u_n)متقاربة : لأنها متزايدة و ليست محدودة من الأعلى

-3 نعتبر المتتالية (v_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n-n$.

أ- برهن أنّ المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأوّل وأساسها:

(0.5)............. (v_n) هي متتالية هندسية معناه $v_{n+1}=v_n\times q$

لدينا $v_n=u_n-n$ و منه $v_{n+1}=u_{n+1}-n-1$ و بالتالي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1-n-1$

أي $v_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{2}{3}n=\frac{2}{3}(u_n-n)$ و منه $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ وبالتالي :

(v_n) هي متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأوّل $v_0=u_0-0=2$

ب- التعبير عن v_n ثمّ u_n بدلالة n ثم حساب نهاية (u_n) عند $+\infty$

(0.5)............. $v_n=v_0\times q^n$ أي $v_n=2\times(\frac{2}{3})^n$ ، $u_n=v_n+n$ و منه $u_n=2\times(\frac{2}{3})^n+n$: $\lim u_n=+\infty$

ج- حساب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+\ldots+u_n$

$S_n=(v_0+1)+(v_1+1)+\ldots+(v_n+n)=v_0+v_1+\ldots+v_n+1+2+\ldots n$

(0.5)............. $$=2\frac{1-(\frac{2}{3})^{n+1}}{1-\frac{2}{3}}+n(n+1)=6(1-(\frac{2}{3})^{n+1})+n(n+1)$$

-4 لتكن المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $t_n=\ln(v_n)$

أ- البرهان أنّ المتتالية (t_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأوّل: (t_n)حسابية معناه $t_{n+1}=t_n+r$

لدينا $t_n=\ln(v_n)$ و منه $t_{n+1}=\ln(v_{n+1})$ أي $t_{n+1}=\ln(\frac{2}{3}v_n)=\ln(v_n)+\ln(\frac{2}{3})$

(0.5)............. لأنّ $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ و منه $t_{n+1}=t_n+\ln(\frac{2}{3})$ و منه (t_n)حسابية أساسها $r=\ln(\frac{2}{3})$ و وحدها

الأوّل $t_0=\ln(v_0)=\ln(2)$

ب- حساب بدلالة n المجموع $A_n=t_0+t_1+t_2+\ldots+t_n$:

(0.5)............. $$A_n=\frac{n+1}{2}(\ln(2)+\ln(2)+n\ln(\frac{2}{3}))=\frac{n+1}{2}(2\ln(2)+n\ln(\frac{2}{3}))$$

- استنتاج بدلالة n الجداء $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times\ldots\times v_n$

(0.25)............. $P_n=e^{t_0}\times e^{t_1}\times e^{t_2}\times\ldots\times e^{t_n}=e^{t_0+t_1+\ldots t_n}$ لأن: $v_n=e^{t_n}$ و منه $P_n=e^{S_n}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الاقتراح	الجواب	التبرير	التنقيط
1	الإجابة (أ) $y=-e^{x}+x^{2}+2x+2$	$y'=-e^{-x}+2x+c_1 \Rightarrow y'(0)=-1+c_1=1 ; c_1=2$ $y=-e^{-x}+2x+c_2 \Rightarrow y(0)=-1+c_2=1 \; ; c_2=2$ $y=-e^{-x}+x^2+2x+2$	2×0.5
2	الإجابة (ب) $\frac{1}{7}$	$\frac{A_1^1 . A_6^1}{A_7^2}=\frac{6}{42}=\frac{1}{7}$	2×0.5
3	الإجابة (أ) $m=4-\ln\sqrt{3}$	$m=\frac{1}{2}\int_0^2 3x^2-\frac{1}{x+1}dx=\frac{1}{2}\left[x^2-\ln(x+1)\right]_0^2$ $m=\frac{8}{2}-\frac{\ln(3)}{2}=4-\ln\sqrt{3}$	2×0.5
4	الإجابة (أ) متناقصة تماما	$u_n=\left[x+\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right]_0^1=1+\frac{1}{n+1}$ $u_{n+1}-u_n=1+\frac{1}{n+2}-1-\frac{1}{n+1}=\frac{-1}{(n+2)(n+1)}<0$	2×0.5

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$

1- تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$:

$g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln(x)$ و $g'(x)=1+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x}=\frac{x^2+1-2x}{x^2}=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ ....(0.5)

استنتاج اتجاه تغير الدالة g مما سبق نجد أن $g'(x)\geq0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$. ....(0.5)

2- دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي

x	0		1		$+\infty$
إشارة $g'(x)$		$-$	0	$+$	

..............(0.5)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

1- اثبات أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ نضع $t=\sqrt{x}$ و منه $\lim\limits_{x\to+\infty}(t)=+\infty$ و منه

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{[\ln(x)]^2}{x}=\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{[\ln(t^2)]^2}{t^2}=\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\frac{2\ln(t)}{t}\right]^2=0$ لان $\lim\limits_{t\to+\infty}\left[\frac{\ln(t)}{t}\right]=0$ (التزايد المقارن). ....(0.5)

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[1+\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=+\infty$ لان ....(0.5)

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{1}{x^2}-\frac{(\ln x)^2}{x}-\frac{2}{x}\right]=0$.

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(x)$: لدينا

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x-\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2-2=x+\frac{1}{x}-(-\ln x)^2-2=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2=f(x)$$ (0.5)..............

حساب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$: $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+} f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و منه المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقارب عموديا معادلته $x=0$. (0.75)..............

2- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ بالحساب $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ و منه

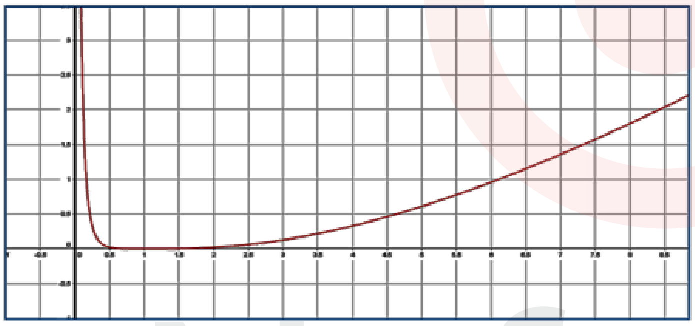
$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-2\frac{1}{x}(\ln x)=\frac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{x}=\frac{g(x)}{x}$$ (0.5)..............

جدول تغيرات الدالة f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

(0.5)..............

3- رسم المنحنى (C) : (0.5)..............



4- بين أن الدالة $h: x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto \ln(x)$ على $]0,+\infty[$ (0.5)..............

محققة $h'(x)=\ln x+x\times\frac{1}{x}-1=\ln x$

باستعمال التكامل بالتجزئة (0.75)..............

تبيين أن $\int_1^e (\ln x)^2dx=e-2$ بوضع $u'(x)=1$ و $v(x)=(\ln x)^2$ و منه $u(x)=x$ و $v'(x)=\frac{2}{x}(\ln x)$

و منه $u'(x)=1$ و $\int_1^e u'(x)v(x)dx=\left[x\left(\ln(x)\right)^2\right]_1^e-2\int_1^e \ln(x)dx=e-2\left[x\ln x-x\right]_1^e=e-2$

5- حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=e$

$\int_1^e f(x)dx=\int_1^e\left[x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2\right]dx$ و منه $\int_1^e f(x)dx=\left[\frac{1}{2}x^2+\ln(x)-2x\right]_1^e-e+2$

$$\int_1^e f(x)dx=\frac{e^2}{2}+1-2e+\frac{3}{2}-e+2=\left(\frac{e^2}{2}-3e+\frac{9}{2}\right)u.a$$. (0.5)..............